

## ОСОБЕННОСТИ ОСВОЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ЗНАНИЙ ПРИ ПОДГОТОВКЕ УЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ В ВУЗЕ

Сотникова О.А., д.п.н., доцент,  
Сыктывкарский государственный университет имени Питирима Сорокина, г. Сыктывкар  
sotnikovaoa@syktsu.ru

*Аннотация.* В статье анализируются особенности освоения математических знаний. Показано, что при подготовке учителя математики в вузе освоение знаний необходимо конструировать через организацию осмысления материала.

*Ключевые слова:* понимание математики, освоение знаний, качество математической подготовки

## SPECIFICS OF MASTERING MATHEMATICAL KNOWLEDGE FOR MATH TEACHER TRAINING IN UNIVERSITIES

Sotnikova O.A., doctor of pedagogical sciences, associate professor,  
Pitirim Sorokin Syktyvkar State University, Syktyvkar  
sotnikovaoa@syktsu.ru

*Abstract.* The article analyses specifics of mastering mathematical knowledge. It is illustrated that to train a math teacher in a university it is necessary to arrange skill mastering through making the material apprehensible.

*Keywords:* understanding of mathematics, knowledge mastering, quality of mathematical training

Качество подготовки учителя математики в вузе характеризуется прежде всего качеством освоения математических знаний. Внедрение современных образовательных технологий в школьное образование повышает требования к качеству математических знаний учителя, а значит, призывает к поиску методик организации их освоения студентами. В данной работе сделана попытка обосновать исходные положения таких методик, базируясь на понятия «качество» и «освоение знаний».

А.П. Валицкая отмечает, что «качество – это философская категория, обозначающая сущностные (онтологические) характеристики вещей и процессов, то есть такие, которые необходимы и достаточны для того, чтобы данная вещь существовала, сохраняя равенство самой себе» [1, с. 188]. Результативность освоения знаний, следовательно, характеризуется знаниями, которые способны сохраняться. Какими же должны быть предметные знания учителя математики с точки зрения необходимости их сохранения?

С одной стороны, определить объем фактологических знаний, ориентируясь только на содержание школьной математики, не так уж и сложно. Он не выходит за пределы вполне определенных границ. И не существенно изменяется в зависимости от типа образовательной организации, используемых методических новинок и т.д. Однако бесполезно обсуждать вопрос о том, какой объем содержания предметных дисциплин необходим для хорошего знания математики будущему учителю: сумма знаний всегда сомнительна в своей «достаточности». С другой стороны, акценты в обучении «школьной математике» могут быть смещены в том или ином направлении в зависимости от типа образовательной организации, профильности обучения и т.д. С течением времени появляются новые ориентиры в образовании, продиктованные потребностями развития общества. Так что не такой уж «незыблемой» является школьная математика: понятия рассматриваются в различных подходах, с разной степенью строгости формулируются определения, проводятся доказательства и т.п. Начинающему учителю необходимо обладать такими

математическими знаниями, которые бы служили ему опорой в осознании специфики методики математики в любом звене среднего образования, в любой реально сложившейся ситуации в обучении. Он должен «быть готов к любым преобразованиям системы образования» (А.И. Маркушевич) в предметном плане — в первую очередь! Знать и понимать математику, только в этом случае можно надеяться, что учитель сможет справиться с задачей объяснения материала ученикам. Выделим наиболее существенные стороны понятия «знание» применительно к «сохраняющемуся» знанию.

1. Знание является не только результатом познавательного процесса, но и некоторым *особым состоянием* познающего субъекта, вне которого о знании как таковом говорить не приходится, т.е. оно имеет личностный аспект (М. Полани) [3].

2. Различаются два вида знания, отраженное в его содержании и форме: «что-знание» (знание о чем) и «как-знание» (знание о том, почему такое знание). Первое знание мы называем фактологическим знанием, второе — идейным. Фактологическое знание больше склонно к «выветриванию», забыванию. Идейное знание стационарно и мобильно, но оно не существует «само по себе», оно «материализуется» на фактологическом знании.

3. Знание является сознательным феноменом, оно занимает промежуточное положение между непосредственными эмпирическими данными и обьективированной информацией, зафиксированной, например, в тексте. Другими словами, знание по своей сути является «мыслезнанием» (С.Л. Катречко), результатом мыслительной обработки [7]. Так что подлинное знание соединяет в себе обе названные формы.

Следовательно, сохраняющееся знание — это личностное знание, соединяющее в себе фактологическую и идейную составляющую, отражающее работу мысли. Для него существенное значение имеет процесс его освоения. Назовем основные особенности освоения знаний, исходя из гносеологических закономерностей.

1. Освоение знания посредством изменения собственного состояния познающего субъекта. "Мы обогащаем наши знания, собирая факты. И здесь мы свободны от эмоциональности. Но совсем другое дело понять. Понять — в определенной мере "получить удовольствие" (А. Гуревич). Знания обретает личностный оттенок, если его освоение осуществляется через понимание. В процессе такого освоения субъект обретает смысл познаваемого. И коли это так, то «полученное» знание не фрагментарно, а сцеплено с другим знанием, что и дает основание к осмыслению.

2. Освоение знания как работа мысли. И в этой работе ведущая роль принадлежит пониманию.

«Отсутствие понимания лишает итоговую структурную единицу психической жизни, превращая ее в логико-лингвистическую форму, которая может существовать в человеческой голове (если взять предельный случай) фактически в том же качестве, как в печатном тексте» [2, с. 229]. Значит, если освоение знания сопровождается работой мысли, то в этом психическом процессе результат выступает не в формальном качестве, а в «живом». То есть осознается не только сам математический факт, а его основание, а значит связь с действительностью (между понятиями, их свойствами и т.д.).

3. Освоение знания на основе «схватывания» (идеи познания, идеи построения знания, его структуризации и т.п.). «Мы обладаем мыслью не так, как мы, например, обладаем чувственным впечатлением. Поэтому разумно выбрать специальное выражение и слово «схватывать» (fassen — нем.) для этого наиболее подходит» [6, с. 45]. При освоении знания что-то «схватывается», т.е. из каких-то начальных основ (знаний, идей, методов и т.д.) возникает новое образование. Следовательно, «новое» появляется в результате взаимосвязей «старого».

Следовательно, для обеспечения трех названных качеств знания в процессе освоения материала необходимо установление взаимосвязей, обеспечивающих осмысление, новые знаниевые образования. Без этого обучение не достигает своей результативности, сохранности знания. Однако «осмысление» может быть различным в зависимости от назначения того материала, который изучается.

Так, школьнику в математических фактах важно языково-образное осмысление, понять что и как описывает математика в реальной действительности.

Освоение знаний в обучении в высшей школе нацелено на подготовку будущего специалиста, т.е. освоение знаний студентов происходит в постижении содержания, которое изначально связано с будущей профессиональной деятельностью. Будущему инженеру необходимо осмысливать, скажем, математическую формулу как модель физического явления. Понимать границы ее применения, какие свойства реальных явлений эта модель принимает как существенные, а какие не учитывает. Процесс освоения предметного знания при подготовке учителя математики в этой связи имеет особую значимость, т.к. в профессиональной деятельности учитель организует деятельность школьников по освоению математического знания.

В качестве теоретической основы освоения знаний мы используем теорию деятельности (В.В. Давыдов, И.И. Ильяс, А.Н. Леонтьев, и др.) и метод планомерного формирования умственных действий (П.Я. Гальперин). Знания понимаются как момент движения деятельности, ее отправная точка и результат. Поэтому характеристики и свойства знания определяются характером и свойствами той деятельности, в ходе которой они сформировались и которую они могут ориентировать. Следовательно, качество освоения знания характеризуется той деятельностью, в которую включен «обладатель» этих знаний. Именно поэтому высоким уровнем освоения знаний признается уровень их применения (С.И. Архангельский, В.И. Загвязинский, и др.). Если студент способен лишь воспроизвести формулировку (определения, теоремы и т.д.), то это не является свидетельством качественного освоения знания. Качество знания проявляется в том, как оно используется: в фактологическом, идейном, фактологически-идейном и т.д.

Применительно к математике в освоении знаний можно выделить две особенности:

1. Предметное содержание математики оформлено в виде конкретных компонентов содержания: определения, теоремы, доказательства и др. Причем, как правило, их формулировка в обучении представлена однозначно. Это обстоятельство может подвинуть студентов к формальному усвоению знаний, т.е. к запоминанию формулировок и оперированию только ими. Отрыв формы выражения знаний от их содержания, механическое запоминание учебного материала без ясного его понимания ведет к формализму знаний. «Формальные знания нельзя назвать незнанием или неверным знанием. Это особый вид знаний, когда усваивают только форму, не наполняя ее конкретным содержанием» [4, с. 11]. Но математические знания такого качества не гарантируют профессиональное становление учителя, поскольку не обеспечивают оперирования содержанием понятий, необходимого для проектирования учебной деятельности школьников.

Например, оперирует ли студент содержанием понятий, если он способен воспроизвести доказательство теоремы? Трудно ответить на этот вопрос, опираясь только на факт воспроизведения доказательства. Преподаватели-математики часто сетуют на то, что доказательства не только просто

пересказываются студентом, а копируются (из текста лекции, учебника и пр.). С одной стороны, особых оснований для беспокойства здесь нет. Преподаватель, готовясь к лекции, подбирает, как правило, такое доказательство, которое отличается лаконичностью, удачностью используемых обозначений, прозрачностью метода, ясностью структуры и т.д. Аналогичная ситуация и в других источниках информации. Поэтому студент, даже если способен привести другое доказательство, не прибегает к его проведению при ответах, т.к. оно вряд ли будет лучшим по сравнению с предлагаемым преподавателем. С другой стороны, все зависит от того, какие задействованы механизмы при воспроизведении материала (память или что-то другое). Естественно, если студент при проведении доказательства затрудняется обосновать шаг доказательства, или сводит обоснование лишь к формулировке используемой теоремы, затрудняется провести то же самое доказательство с другими обозначениями, то в этом случае в опыте преподавательской деятельности мы имеем случай, о котором можно сказать, что «студент не понимает доказательства», не оперирует содержанием используемых в доказательстве понятий. Такое знание формально, иллюстрирует лишь оперирование формулировками, без понимания сущности понятий и используемых конструкций.

Если знания студента личностны, характеризуют внутреннее его состояние, то ему под силу любой вопрос по разъяснению шагов доказательства теоремы, вне зависимости от обозначений. Он

способен идею доказательства перенести на другой язык и в другую ситуацию, в сходных условиях. Он может предложенное доказательство сам структурировать, предложить другие варианты структуры доказательства, выделив, например, логически несвязанные между собой этапы доказательства. Иначе говоря, качественное знание характеризуется не столько воспроизведением, сколько воспроизводством («произвести знание заново», построить знание). Такое знание особенно важно будущему учителю математики, поскольку в своей профессиональной деятельности он будет вовлечен в разъяснение доказательств с различной полнотой, в различных последовательностях изложения материала школьной математики, с использованием различной терминологии.

Таким образом, для обеспечения оперированием математическими понятиями важно создавать условия студенту не только к воспроизведению фактов (формулировок определений, теорем и т.п.), но и условия, в которых неизбежно построение знаний. Эти условия связаны с работой не только с формальным описанием понятий (определениями, теоремами и т.д.), но и с их содержанием. В таких условиях студент вовлекается в собственное формулирование существенных свойств (связей) понятия, т.е. не пересказывает формулировку математического факта, а конструирует его сам.

2. Для математики использование знания часто означает применить факт (теорему, определение и т.д.) к решению задачи, доказательству теоремы, получению и обоснованию вывода (теоретического факта).

Применить имплицативную теорему, например, означает установить возможность ее использования и подвести исходные данные под условие теоремы (установить, что объект, подводимый под теорему, лежит во множестве, описанном разъяснительной частью; проверить, что условие теоремы при замене переменной на данный объект обращается в истинное высказывание; сформулировать конкретизацию заключения теоремы). В каждом конкретном случае процедура применения часто носит алгоритмический характер. Данная специфика в математике и приводит к решению многих задач к решению «по образцу».

Возможен и другой способ применения знания, используемый в математике. Например, требуется установить существование и однозначность разложения на неприводимые множители многочленов от одной переменной над полем (факториальность кольца многочленов  $R[x]$ ). Во-первых, это можно выполнить доказательством по методу математической индукции, не выходя за рамки рассматриваемой теории кольца многочленов. Этот путь алгоритмичен. Второй путь состоит в следующем. Поскольку свойство факториальности кольца является следствием свойств евклидова кольца, то достаточно установить «евклидовость» рассматриваемого кольца многочленов, утверждение будет доказано. Для этого пути требуется «выход» в другую теорию. В таких путях использования теорем нет алгоритмичности, но есть идейность. Необходимо некоторое «схватывание» движения «по теориям» (в данном случае — по вертикали уровней абстракции).

Сведение способов применения знания к алгоритмическим предписаниям само по себе важно для понимания математики (освоения знания). Если студент при изучении математических курсов будет вовлечен только в применение знаний по образцу, то это может создать представление о математике, как застывшем образовании, что адекватным образом перенесется на его профессиональную деятельность. Но учителю придется разбираться в решениях и доказательствах школьников, оценивать их грамотность с математической точки зрения. Догматичность представлений о математике нацеливает учителя отвергать иные способы решения (доказательства и т.д.), которые могут быть предложены школьниками, что не только не приносит пользы, но и наносит вред обучению математике.

Поскольку «фундаментальная подготовка специалиста предполагает овладение им обобщенными видами деятельности, обеспечивающими решение множества частных задач данной области» [5, с. 31], то решение математических задач только по образцу не соответствует задачам вузовского обучения. Обобщенные виды деятельности применительно к математике означают возможность использования фактологических знаний (определений, теорем и т.д.) в плане

применения не столько самих фактов, сколько идеи, в них отраженной. Такое применение действенное: оно позволяет построить знание на основе «старого», известного знания.

Таким образом, чтобы учитель справился с профессиональной задачей, ему необходимо «построенное» математическое знание, наполненное содержанием на уровне идейного применения, познания метода. Только в этом случае можно надеяться, что он справится с задачей проектирования обучения математике школьников.

### **Литература**

1. Валицкая А.П. Образование в России: Стратегия выбора / А.П. Валицкая. – СПб.: Изд-во РГПУ им А.И. Герцена, 1998. – 128 с.
2. Веккер Л.М. Психика и реальность: единая теория психических процессов / Л.М. Веккер. – М.: Смысл, 1998. – 685 с.
3. Полани М. Личностное знание / М. Полани. Общ. ред. В.А. Лекторского, В.И. Аршинова. – М.: Прогресс, 1985. – 344 с.
4. Скаткин М.Н. Совершенствования процесса обучения / М.Н. Скаткин. – М.: Педагогика, 1971. – 205 с.
5. Талызина Н.Ф. Управление процессом усвоения знаний / Н.Ф. Талызина. – М.: МГУ, 1984. – 343 с.
6. Фреге Г. Логика и логическая семантика / Г. Фреге. – М.: Аспект пресс, 2000. – 512 с.
7. Что значит знать? Сборник статей / Отв. ред. Гутнер Г.Б., Катречко С.Л. — М.: Центр гуманитарного исследования, СПб.: Университетская книга, 1999. – 208 с.